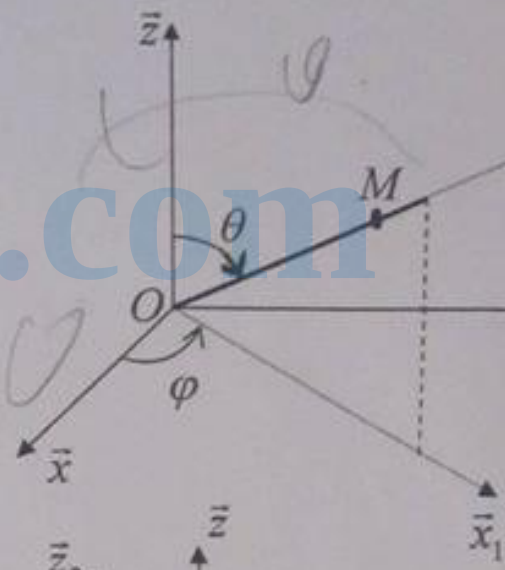
Université Cadi Ayyad
Faculté des Sciences et Techniques

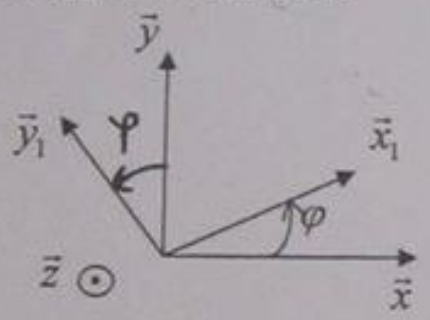
Année universitaire 2012 / 2013
06 Juillet 2013

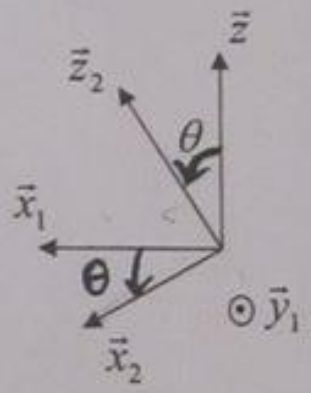
Concours d'accès aux filières d'ingénieurs
Epreuve de Mécanique

Exercice



Le repère fixe **R** $(O;\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ est considéré **galiléen**.
Un anneau M de masse m, assimilé à un point matériel, glisse sur une tige matérielle (T) (voir Figure).
Le repère $\mathbf{R_1}$ $(O;\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z})$ est obtenu par une rotation d'angle φ, autour de l'axe $\vec{z}$, par rapport au repère **R**.
Le repère lié au mouvement de la tige (T) est $\mathbf{R_2}$ $(O;\vec{x}_2,\vec{y}_1,\vec{z}_2)$.
$\mathbf{R_2}$ est obtenu par une rotation d'angle θ, autour de l'axe $\vec{y}_1$, par rapport au repère $\mathbf{R_1}$.





Les hypothèses de l'exercice sont les suivantes :
On étudie le mouvement de M(m) par rapport au **repère $\mathbf{R_2}$** $(O;\vec{x}_2,\vec{y}_1,\vec{z}_2)$.
Tous les résultats seront **exprimés dans la base du repère $\mathbf{R_2}$.**
On considère que **l'angle θ est constant** : $\dot{\theta}=0$.
$\overrightarrow{OM}=r\,\vec{z}_2$. **$r$ est variable.**
M(m) glisse **sans frottement sur (T).**

1°) Montrer que $\vec{\Omega}_{R2/R}=-\dot{\varphi}\sin\theta\,\vec{x}_2+\dot{\varphi}\cos\theta\,\vec{z}_2$.

2°) Calculer $\vec{V}(M/R_2)$.

3°) Calculer $\vec{\gamma}(M/R_2)$.

4°) Quelle est la nature du repère $\mathbf{R_2}$?

5°) Par application du PFD dans $\mathbf{R_2}$, déterminer l'équation du mouvement en exprimant $\ddot{r}$ en fonction de g,θ,r et $\dot{\varphi}$. Le non frottement étant traduit par une expression de la réaction telle que : $\vec{R}=R_1\vec{x}_2+R_2\vec{y}_1$

6°) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, retrouver l'équation différentielle du mouvement de M dans R_2.

7°) Calculer $\vec{V}(M/R)$.

Tawjihpress.com